

§ 3. Понятие системы счисления. Двоичная система счисления

С древних времен в практической деятельности человека часто возникала потребность счета и измерения. Результаты счета предметов выражались вначале весьма примитивно: зарубки на палочках, узелки на веревках и др. С развитием письменности человек начал отображать с помощью знаков (записывать) информацию о количестве предметов на подручных материалах: глиняных табличках, папирусе, бересте и др. Таким образом, для обозначения чисел стали использоваться знаки.

Способ записи чисел с помощью письменных знаков называют **системой счисления**.

Одной из наиболее древних являлась *египетская иероглифическая* система счисления. В ней числа представлялись в виде отдельных знаков, например:

— один; — десять; — сто.

Так, число  означало:

$$100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 123.$$

Существовали системы счисления, в которых для записи чисел использовались буквы алфавита, например *старославянская* система счисления.

Десятичная система счисления зародилась в Индии приблизительно в V в., затем она появилась в арабских рукописях. Из арабских рукописей эта система пришла в Европу в IX—XII вв. Поэтому современную десятичную систему счисления называют *арабской*.

Системы счисления могут быть *непозиционными* и *позиционными*.

Непозиционными называют такие системы счисления, в которых каждый знак (цифра) в записи любого числа имеет одно и то же значение и не зависит от своего расположения в числе.

В непозиционной *римской* системе счисления для обозначения чисел используются следующие знаки:

Римская система счисления										
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	и т. д.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Десятичная система счисления										

Например, число XXVIII, записанное в римской системе счисления, в десятичной системе счисления означает: $10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 28$.

Древнеегипетская и старославянская системы также являются непозиционными.

Позиционными называют такие системы счисления, в которых значение каждого знака (цифры) в записи любого числа зависит от расположения (позиции) этого знака в числе. Количество цифр, используемых для записи чисел в позиционной системе счисления, называется ее *основанием*.

Мы используем *позиционную десятичную систему счисления*. Основанием этой системы является число 10. Предполагают, что основание 10 связано с количеством пальцев рук у человека.

Для записи любого числа в десятичной системе счисления используют десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Комбинируя эти цифры, можно записывать любые числа.

Например, цифры числа 737 в десятичной системе счисления являются коэффициентами его записи в виде суммы степеней числа 10:

$$737 = 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1.$$

Из этого примера видно, что цифра 7 в зависимости от своей позиции в этом числе означает и 7 сотен, и 7 единиц, а цифра 3 означает три десятка.

Для кодирования информации в компьютере вместо привычной десятичной системы счисления используется *двоичная система счисления*.

Двоичной системой счисления люди начали пользоваться очень давно. Древние племена Австралии и островов Полинезии использовали эту систему в быту. Так, полинезийцы передавали необходимую информацию, выполняя два вида ударов по барабану: звонкий и глухой. Это было примитивное представление двоичной системы счисления.

Двоичная система счисления — это позиционная система счисления с основанием 2. Для записи чисел в ней используются только две цифры: 0 и 1.

Для обозначения системы счисления, в которой представляется число, используют нижний индекс, указывающий основание системы. Например, 11011_2 — число в двоичной системе счисления.

Цифры в двоичном числе являются коэффициентами его представления в виде суммы степеней с основанием 2, например:

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

В десятичной системе счисления это число будет выглядеть так:

$$1011_2 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}.$$

Определим максимальное число, которое может разместиться в одном байте. Представим байт (последовательность из 8 бит) в виде двоичного числа:

бит	бит	бит	бит	бит	бит	бит	бит
1	1	1	1	1	1	1	1
байт							

Таким образом, максимальное двоичное число, которое может разместиться в одном байте, равно 11111111_2 . Представим его в десятичной системе счисления:

$$\begin{aligned}11111111_2 &= 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + \\&\quad + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\&= 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 255_{10}.\end{aligned}$$

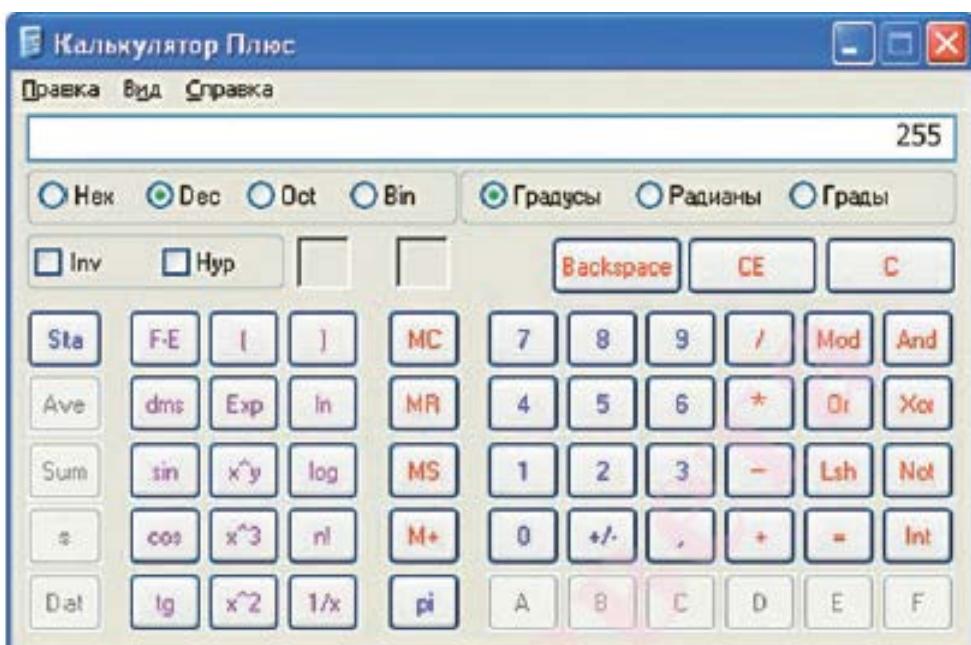


Рис. 1.4

Специалисты-профессионалы, работающие с компьютером, часто используют **восьмеричную и шестнадцатеричную** системы счисления. Это позволяет сократить запись двоичного числа.

При необходимости перевода чисел из одной системы счисления в другую может быть использован калькулятор, имеющий возможность выполнять такие операции. Так, выбрав в меню калькулятора, входящего в состав стандартных приложений операционной системы Windows, Вид → Инженерный, можно работать с двоичными, десятичными, шестнадцатеричными числами.

Введем, например, на калькуляторе число 255 в десятичной системе счисления при установленном переключателе Dec. Этот переключатель используется для представления числа в десятичной системе счисления (рис. 1.4).

Установим на калькуляторе переключатель Bin. Число будет представлено в двоичной системе счисления: 11111111_2 (рис. 1.5).



Рис. 1.5